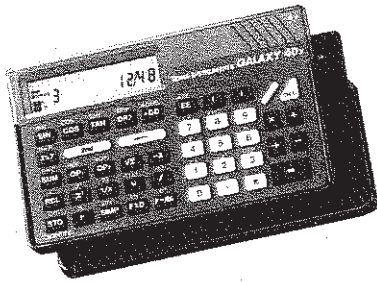


BRØKREGNING



I vores „dagligdag“ er regning med brøker egentlig ikke nødvendig at kunne, da vi har lommeregneren! Desuden er de tal, der omgiver os, ændret i de sidste år, således at de passer til lommeregnerens måde at regne på.

Eksempel

Udregn $\frac{2}{8} \cdot 5$

Ved hjælp af lommeregneren udregnes 2 divideret med 8. Resultatet ganges så med 5. Dette giver 1,25.

På lommeregneren ser det sådan ud:

$\boxed{2} \boxed{\div} \boxed{8} \boxed{=} \boxed{\times} \boxed{5} \boxed{=}$

Alle typer brøkrekningsopgaver kan løses med en lommeregner. Da man ofte har brug for at »gemme« et mellemresultat, kan memorytasten bruges.

Eksempel

$$4\frac{3}{4} + 5\frac{4}{7}$$

Ulempen ved at bruge en lommeregner er selvfølgelig, at resultatet ikke er en brøk men det tilsvarende decimaltal.

Man kan dog godt få lommeregner, der »kan« brøkrekning, og dermed også viser resultatet som en brøk.

Regneregler for brøker

Selv om du har en lommeregner, er det alligevel vigtigt at kunne brøkrekning, fordi du ellers ikke ville komme »ret meget videre« i matematikken. Det gælder især inden for algebra (regning med bogstaver).

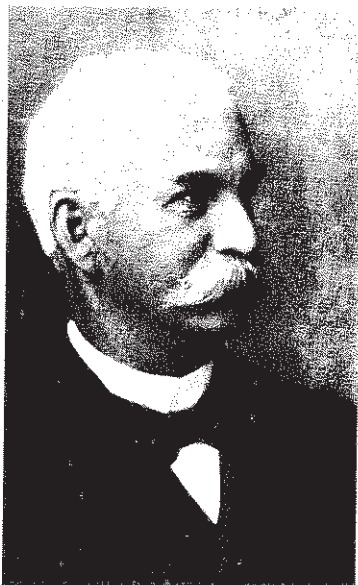
Eksempel

$$\frac{x}{3} \cdot \frac{6}{x}$$

Her er to brøker, der skal ganges med hinanden. Resultatet er 2, og det kan en lommeregner ikke finde ud af.

I det følgende vises reglerne for addition (+), subtraktion (−), multiplikation (gange) og division af brøker og hele tal.





Leopold Kronecker 1823 - 1891.

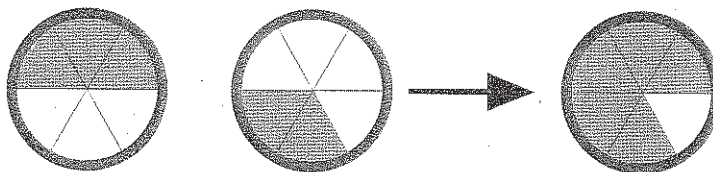
„Gud har skabt de hele tal,
resten er menneskeværk“.

Addition og subtraktion af brøker

Eksempel

$$\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

Som det ses af tegningen går det let, når brøkerne har samme nævner.

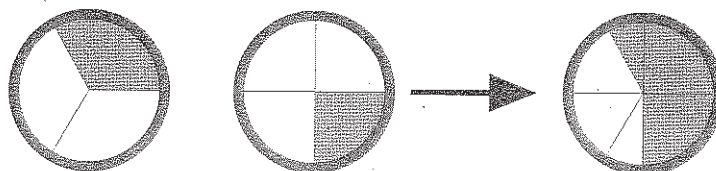


$$\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

Fællesnævner

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = ?$$

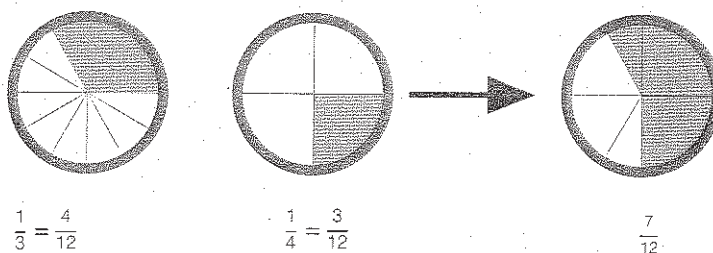
Som det ses af tegningen, går det let, når brøkerne har samme nævner.



Vi har *forlænget* brøkerne, så de har fået samme nævner (fællesnævner).

Vi kunne også have skrevet

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$$



$$\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$$

$$\frac{7}{12}$$

For at kunne addere og subtrahere brøker skal de have samme nævner. Hvis de ikke har det, må man forlænge eller forkorte brøkerne, så de får en fællesnævner.

Først derefter kan man addere eller subtrahere tællerne.

Eksempel

$$\frac{4}{6} - \frac{1}{3} = ?$$

$$\frac{4}{6} \text{ forkortes med } 2$$

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

Det følgende skal læses i den rækkefølge, det står i, da nogle af metoderne bruges i de efterfølgende eksempler.

Multiplikation af et helt tal med en brøk

Man kan skrive $5 \cdot \frac{2}{3}$ eller $\frac{2}{3} \cdot 5$

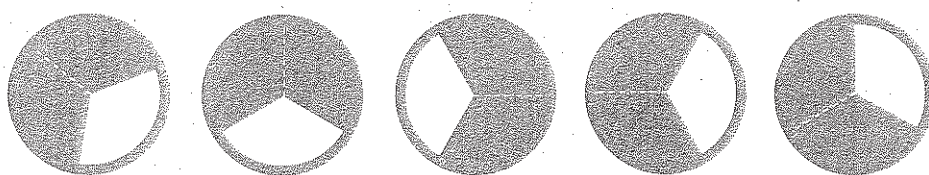
$5 \cdot \frac{2}{3}$ kan også skrives som

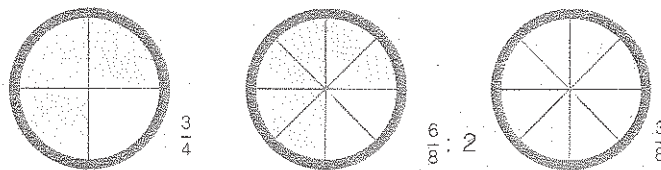
$$\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \quad \text{fem gange.}$$

Da brøkerne har samme nævner, får vi:

$$\frac{2 + 2 + 2 + 2 + 2}{3} = \frac{5 \cdot 2}{3} = \frac{10}{3}$$

Man multiplicerer et tal med en brøk ved at multiplicere tallet med brøkens tæller.





Division af en brøk med et helt tal

$$\frac{3}{4} : 2$$

Vi kunne også skrive

$$\frac{3}{4} : 2 = \frac{3}{4 \cdot 2} = \frac{3}{8}$$

Man dividerer en brøk med et helt tal ved at gange tallet med nævneren.

Multiplikation af to brøker

Læg mærke til:

... at gange et tal med $\frac{1}{2}$ er det samme som at dividere tallet med 2 (tage halvdelen).

... at gange med $\frac{1}{3}$ er det samme som at dividere med 3.

$$17 \cdot \frac{1}{8} = 17 : 8$$

Dette kan bruges, når vi skal multiplicere to brøker.

Eksempel

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$$

$\frac{4}{5}$ kan i stedet skrives som $4 \cdot \frac{1}{5}$ eller som $\frac{1}{5} \cdot 4$.

Det vil sige: $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{5} \cdot 4\right)$

... at gange med $\left(\frac{1}{5}\right)$ er jo det samme som at dividere med 5.

Altså kan vi skrive:

$$\frac{2}{3} : 5 \cdot 4$$

$$= \frac{2}{15} \cdot 4$$

$$= \frac{8}{15}$$

Det havde vi også fået ved at skrive:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} = \frac{8}{15}$$

Man multiplicerer to brøker ved at gange tæller med tæller og nævner med nævner.

Division af et helt tal med en brøk

$$2 : \frac{1}{4}$$

Man kan opfatte opgaven sådan:

Vi har 2 æbler, hvor mange gange kan man tage et kvart æble?

Det kan man 8 gange.

Altså $2 \cdot 4 = 8$

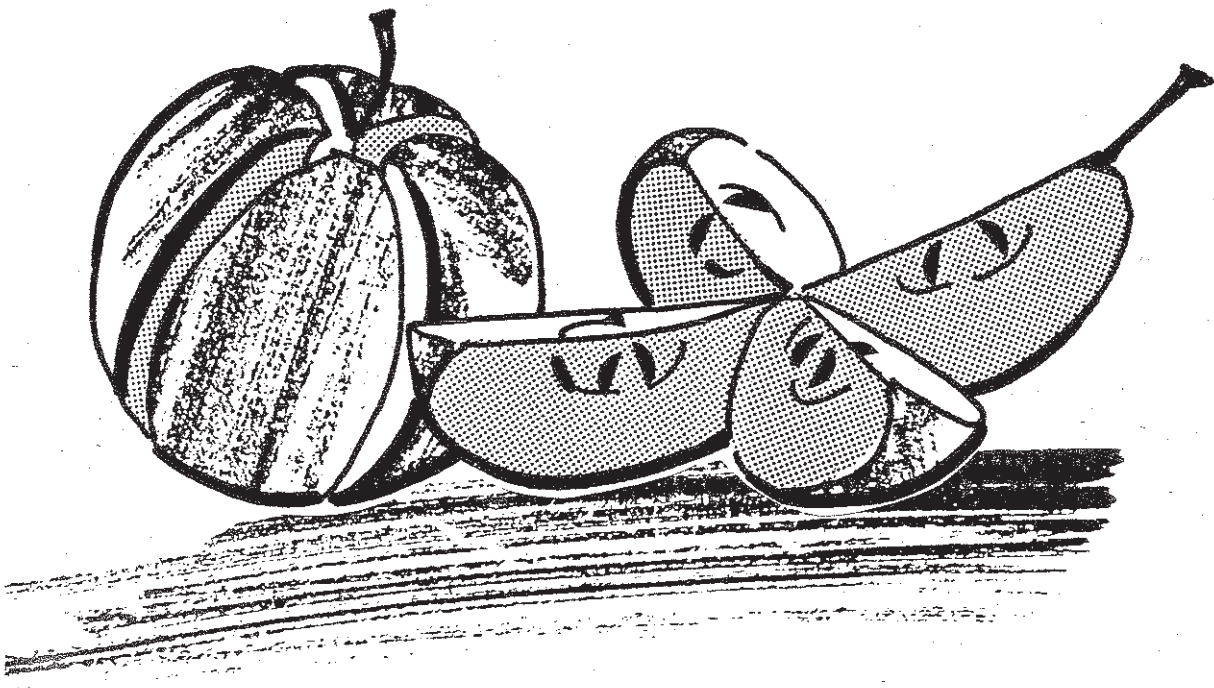
$$3 : \frac{1}{3} \text{ må være } 9 \quad (3 \cdot 3 = 9)$$

$$5 : \frac{1}{6} \text{ må være } 30 \quad (5 \cdot 6 = 30)$$

Eksempel

Hvad med $2 : \frac{3}{4}$?

Hvis vi har 2 æbler, kan vi jo ikke tage $\frac{3}{4}$ æble et helt antal gange!



Faktisk er det ofte lettere at lære reglerne »udenad« først og så senere finde ud af, hvorfor det er sådan!

Lad os »forlade« æblerne og i stedet gøre sådan:

$$2 : \frac{3}{4} \text{ eller } \frac{2}{\frac{3}{4}}$$

$$\frac{3}{4} \text{ kan skrives som } \frac{1}{4} \cdot 3$$

$$\text{Det vil sige } \frac{2}{\frac{3}{4}} = \frac{2}{\frac{1}{4} \cdot 3}$$

At dividere med 3 er jo det samme som at gange med $\frac{1}{3}$

$$\text{Så vi kan nu skrive } \frac{2}{\frac{1}{4} \cdot 3} = \frac{2}{\frac{1}{4}} \cdot \frac{1}{3}$$

$$\frac{2}{\frac{1}{4}} \text{ er } 8, \text{ så nu får vi}$$

$$8 \cdot \frac{1}{3} = \frac{8}{3}$$

$$\text{Altså } 2 : \frac{3}{4} = \frac{8}{3}$$

Man dividerer et tal med en brøk ved at gange med den omvendte brøk.

Division af en brøk med en brøk

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{6}} = \frac{2 \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{6} \cdot 5} = \frac{2}{\frac{1}{6}} \cdot \frac{1}{5}$$

$$\frac{2}{\frac{1}{6}} = 12 \text{ og } \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$$

$$\text{Så nu får vi } 12 \cdot \frac{1}{5} = \frac{12}{5}$$

Dette resultat havde vi også fået, hvis vi havde vendt nr. 2 brøk om i den oprindelige opgave og ganget i stedet.

$$\text{Det vil sige: } \frac{2}{3} : \frac{5}{6} = \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{5} = \frac{12}{5}$$

Man dividerer (et tal eller en brøk) med en brøk ved at gange (tallet eller brøken) med den omvendte brøk.

Eller sagt lidt kortere: Man dividerer med en brøk, ved at gange med den omvendte!

Der er flere forskellige måder at vise (bevise) reglerne for regning med brøker på, så de her beskrevne, er altså kun en af metoderne!

Oversigt

I matematikken kan reglerne skrives sådan:

$$\frac{a}{b} \cdot c = \frac{a \cdot c}{b}$$

Brøk gange helt tal

$$\frac{2}{3} \cdot 2 = \frac{4}{3}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Brøk gange brøk

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{15}$$

$$\frac{a}{b} : c = \frac{a}{b \cdot c}$$

Brøk divideret med et helt tal

$$\frac{2}{3} : 3 = \frac{2}{9}$$

$$c : \frac{a}{b} = c \cdot \frac{b}{a}$$

Helt tal divideret med en brøk

$$3 : \frac{2}{3} = 3 \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

Brøk divideret med brøk

$$\frac{2}{3} : \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{10}{12}$$

Hvis du lærer disse regler, kan du faktisk løse mange »indviklede« matematikopgaver, men det går ikke uden en vis træning!